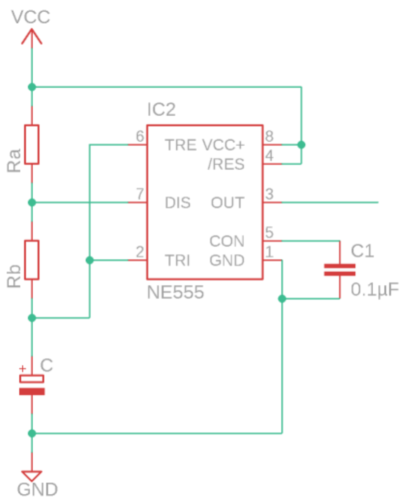
電子工作基礎　デジタル回路編　Part3

発振回路

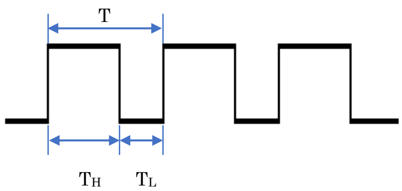
タイマ IC



今までは単純な論理演算しか行わない IC を扱ってきましたが，ここからは複雑な動きをする IC を使っていきます。タイマ IC555 は従来からある IC で，各社からセカンドソース品が発売されています。この IC を用いることで，手軽に発振回路を組むことができます。

右図が発振回路の基本形です。これまでの IC と異なり，単に電源をつなぐだけでは動きません。外部に抵抗とコンデンサを接続する必要があります。右図のようにつないであげると，3 番ピン（OUT）から**方形波**（square wave）が出力されます。方形波は矩形波とも呼ばれ，2 レベル（ここでは H と L であるので，以後 H と L として話を進めます）の間を周期的かつ瞬間的に変化する波のことです。言葉にすると少しわかりづらいですが，右下の方形波のグラフを見てもらえれば分かると思います。確かに，L から H，H から L の間は瞬間的で，L になって H になって L になって…というのを周期的に繰り返しています。

では，H になったり L になったりする時間はいったいどれくらいなのでしょうか。実はこれらは，555 の周囲に取り付けた R_a[Ω]，R_b[Ω]，C[F]の値に依存します。H レベルになっている時間を T_H[s]，L レベルになっている時間を T_L[s]として，周期を T [s]とすると，これらは次のような式で求めることができます。

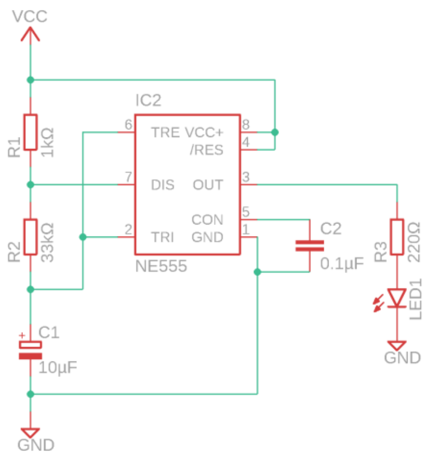


$$T_H = 0.693 \times (R_a + R_b) \times C$$

$$T_L = 0.693 \times R_b \times C$$

$$T = T_H + T_L = 0.693 \times (R_a + 2R_b) \times C$$

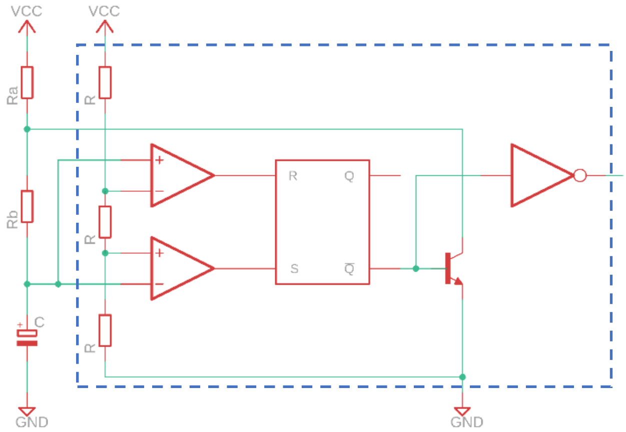
Let's try!



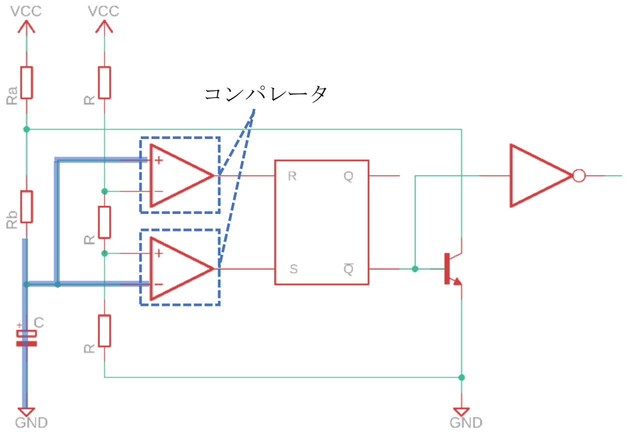
では，右図の回路を組んでみましょう。R_aは 1kΩ，R_bは 33kΩ，C は 10μF として，出力に LED を取り付けました。これで，出力が H の時に点灯，L の時に消灯します。電源を入れる前に，点灯時間，及び消灯時間を上の式に当てはめて計算してみましょう（単位に注意してください）。その後，電源を入れてみて正しかったかどうか確認してみましょう。

解説

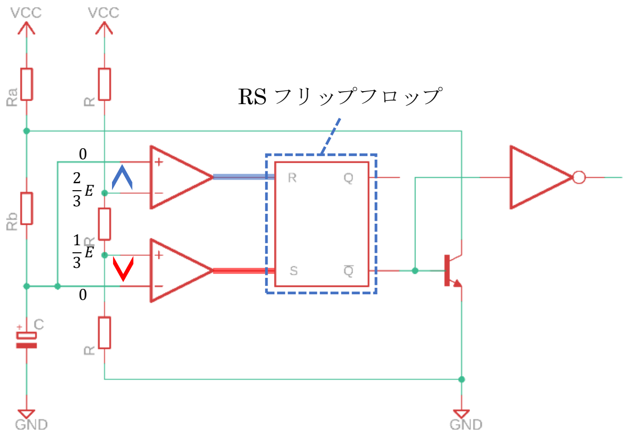
それでは，なぜこのような回路で方形波が生まれるのかを解説していきます。まず，基本的な原理は基礎編 Part3 でやった CR 回路と同じです。CR 回路は，LED，抵抗，コンデンサを直列に接続した回路で電源を入れると徐々にコンデンサの電圧が上昇しました。それを思い出しながら見ていきましょう。タイマ IC555 の内部は右図のようになっており，青い点線の部分が 555 です。



まずは電源を入れた直後の状態を注意深く見ていきましょう。電源を入れた直後はコンデンサに電荷は蓄積していませんから，コンデンサの両端にかかる電圧は 0V になります。そのため，コンデンサのプラス側も 0V となります。



次に，**コンパレータ**（comparator，比較器）の働きのついて説明します。コンパレータは 2 つの電圧を比較してそれに応じて H か L を出力します。より具体的には，プラス端子の入力電圧をV_p，マイナス端子の入力電圧をV_mとすると，$V_p > V_m$の時 H を，$V_p < V_m$の時に L を出力[*2]します。



では，555 の解説に戻ります。いま，上のコンパレータのプラス端子と下のコンパレータのマイナス端子がともに 0V となっています。では，残りはどうでしょうか。今回Rはすべて同じ値ですから，電源電圧をE[V]とすると，上のコンパレータのマイナス端子は$\frac{2}{3}E$で下のコンパレータのプラス端子は$\frac{1}{3}E$となります。上のコンパレータは$0 < \frac{2}{3}E$より L，下のコンパレータは$\frac{1}{3}E > 0$より H を出力します。

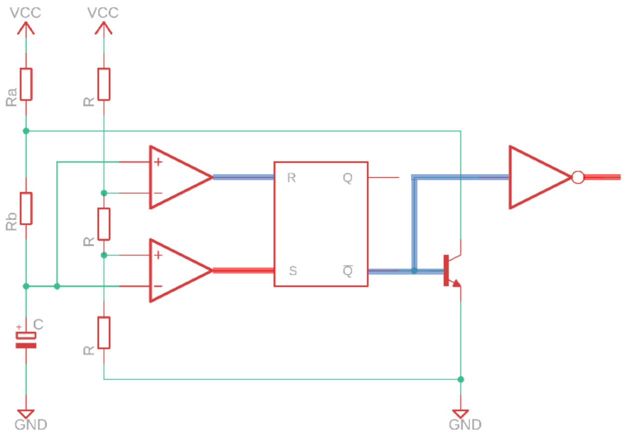
ここで，**RS フリップフロップ**（RS-Flip-Flop）の働きについて説明します。RS フリップフロップは，2 つの入力信号によって出力をセット（set）またはリセット（reset）された状態に保持します。右表は真理値表です。「保持」と「禁止」が見慣れないと思いますが，シーソーをイメージするとわかりやすいです。シーソーの両端がQと$\overline{Q}$，RとSに対応していると考えます。Sに力を加える（Sを H にする）ときに上がる（H になる）のはQ，下がる（L になる）のは$\overline{Q}$です。また，Rに力を加え

R	S	Q	$\overline{Q}$
0	0	保持	
0	1	1	0
1	0	0	1
1	1	禁止	

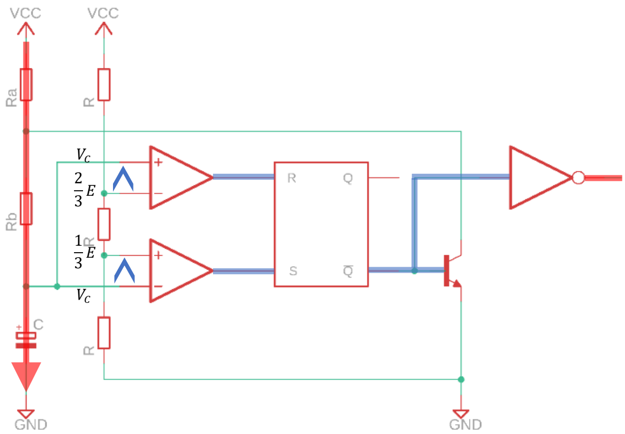
[*2] $V_p = V_m$の時がありませんが，実際のところ，厳密に入力電圧を同じにするのは困難であるため，ここでは考えないこととします。

る（Rを H にする）ときに上がる（H になる）のは$\overline{Q}$，下がる（L になる）のはQです。そして何も力を加えない（SとRどちらも L にする）とき，シーソーは前の状態を保持します。例えば，Rが H でSが L のときQは L，$\overline{Q}$は H になりますが，そこからRとSの両方を L にすると出力は変わらずQは L，$\overline{Q}$は H になります。RとSの両方に力を加える（SとRどちらも H にする）とき，シーソーはどちらに傾くわけでもなく拮抗します。Qと$\overline{Q}$は必ず逆の関係（$Q = \overline{\overline{Q}}$）が成り立っていなければなりません。そのため，このような入力は与えてはなりません。

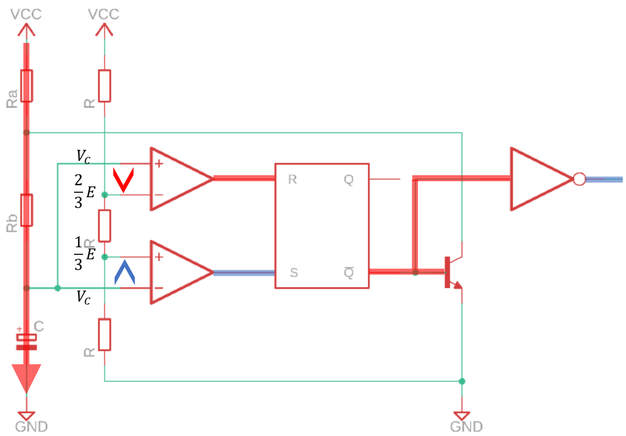
では，555 の解説に戻ります。今，Rは L，Sは H ですから，Qは H，$\overline{Q}$は L になります。よって，この時の 555 としての出力は H になります。また，トランジスタを考えてみると，ベースが L ですから，トランジスタは OFF となります。



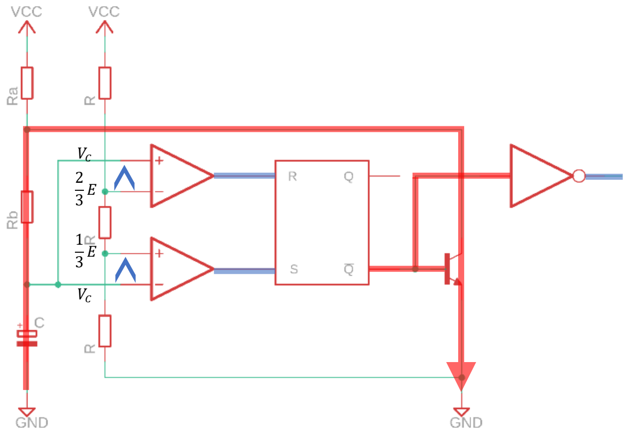
この状態から時間が経過するとどうなるでしょうか。今，トランジスタは OFF ですから，R_aとR_bの間のコレクタ端子は考える必要はありません。抵抗R_a，抵抗R_b，コンデンサCが直列に接続されていますから，抵抗R_aとR_bを介してコンデンサが充電されていき，CR 回路と同じくコンデンサの端子間の電圧（これをV_C[V]とします）は徐々に上昇します。ここでコンパレータの出力が変化するのは，V_Cが$\frac{1}{3}E$を超えたときです。この時，下のコンパレータは$\frac{1}{3}E < V_C$となりますから，出力は L になります。すると，RS フリップフロップの S も L になるため保持状態になります。そのため，前の結果を保持して出力Q及び$\overline{Q}$は変化することなく，555 としての出力が変化することもありません。



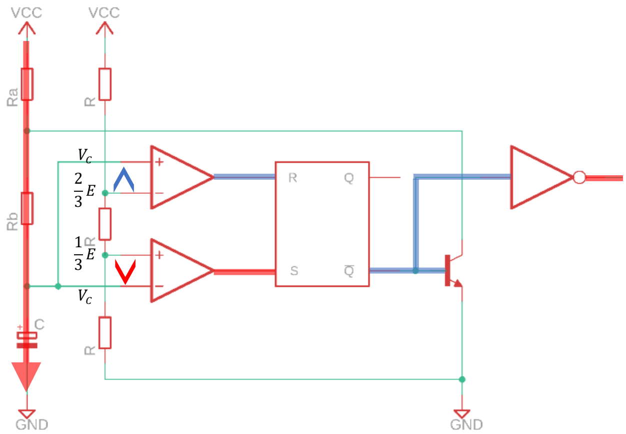
また時間が経過して次に変化するのは，V_Cが$\frac{2}{3}E$を超えたときです。この時，上のコンパレータは$V_C > \frac{2}{3}E$となりますから，出力は H になります。すると，RS フリップフロップの R も H になるためリセット状態になります。そのため，出力$\overline{Q}$は H になり，555 としての出力は一瞬にして H から L に転じます。ここで重要なこととして，トランジスタのベースが H になったということです。エミッタは L になっているため，トランジスタが ON になります。



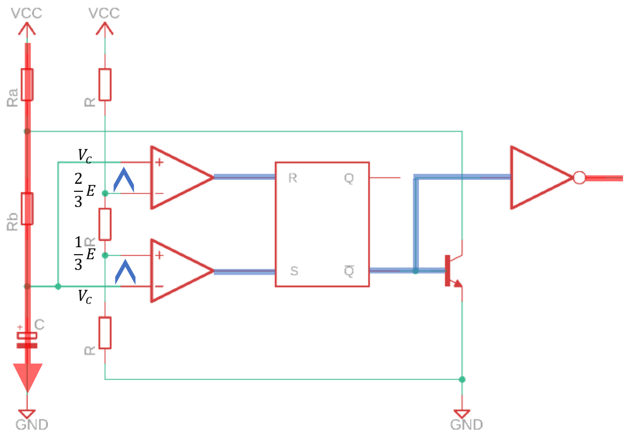
トランジスタが ON になると，抵抗 R_b を介してコンデンサが放電していきます。コンデンサが放電していくと，V_Cは$\frac{2}{3}E$から徐々に下がっていきます。このとき，$\frac{1}{3}E < V_c < \frac{2}{3}E$ですから，上のコンパレータは L，下のコンパレータは L を出力します。そのため，Rは L，Sは L ですから，保持状態となり，出力Q，$\overline{Q}$は変化しません。結果としてトランジスタも ON のままとなり，コンデンサは放電を続けます。



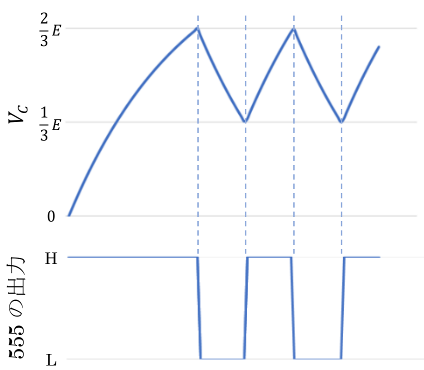
コンデンサが放電を続けられなくなるのは，V_Cが$\frac{1}{3}E$を下回ったときです。このとき，$\frac{1}{3}E > V_c$ですから，上のコンパレータは L，下のコンパレータは H を出力します。そのため，Rは L，Sは H ですから，セット状態となり，出力$\overline{Q}$は L になります。よって，555 としての出力は一瞬にして L から H に転じます。。ベースが L になったことでトランジスタは OFF となり，コンデンサは放電ができなくなり，充電されていきます。



抵抗R_aとR_bを介してコンデンサが充電されていきますから，V_cは$\frac{1}{3}E$から徐々に上がっていきます。このとき，$\frac{1}{3}E < V_c < \frac{2}{3}E$ですから，上のコンパレータは L，下のコンパレータは L を出力します。そのため，Rは L，Sは L ですから，保持状態となり，出力Q，$\overline{Q}$は変化しません。実はこの状態は，最初状態からコンデンサが充電されていき，$\frac{1}{3}E$まで充電されたときの状態と同じです。したがって，ここで繰り返しが発生します。



これらのことをまとめたものが，右下のグラフです。コンデンサが充電と放電を繰り返し，それに合わせて 555 の出力が H から L へ，L から H へと瞬間的に切り替わっているのが見て取れると思います。



以上より，なぜ方形波が出力されるのかがわかったと思います。では，なぜ H レベルになっている時間や，L レベルになっている時間が次のような式で求めることができるのかについて解説していきますが，数学の力をかなり使うため，ここは読み飛ばしてもらって構いません。読み飛ばす方は，T_Hはコンデンサを充電している時間だから，このときに介したR_aとR_bの合成抵抗である$R_a + R_b$が，T_Lはコンデンサを放電している時間だから，このときに介したR_bが，それぞれ時間に影響を与えてい

ると思ってください。

$$T_H = 0.693 \times (R_a + R_b) \times C$$
$$T_L = 0.693 \times R_b \times C$$
$$T = T_H + T_L = 0.693 \times (R_a + 2R_b) \times C$$

まず，T_Hを求めてみます。コンデンサがR_aとR_bを介して充電されていきます。電源電圧E，流れる電流i，$R = R_a + R_b$とすると，

$$E = Ri + V_c$$

が成り立ちます（上がった分と下がった分は同じ*3)。ここで，$V = \frac{Q}{C}$，$Q = It$より，

$$V_c = \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt$$

が成り立つため，

$$E = Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i\,dt$$

また，$Q = CV$であり，電荷の変化が電流の流れですから，電荷をqとすると，

$$i = \frac{dq}{dt}$$
$$= C\frac{dV_c}{dt}$$

これを上式に代入して，

$$E = RC\frac{dV_C}{dt} + V_C$$

この微分方程式を解くと，

$$V_c = E\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right) \text{ *4}$$

V_cが$\frac{1}{3}E$に達するまでの時間t_1は，

$$\frac{1}{3}E = E\left(1 - e^{\frac{-t_1}{RC}}\right)$$

$$e^{\frac{-t_1}{RC}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-t_1}{RC} = \log_e\frac{2}{3} \text{ *5}$$

$$t_1 = -RC\log_e\frac{2}{3}$$

　V_cが$\frac{2}{3}E$に達するまでの時間t_2は同様にして，

---

*3 この法則をキルヒホッフの第 2 法則といいます。

*4 ネイピア数eは$(1 + 1/n)^n$のnを無限に大きくしていった時の値で，2.718281 …と小数点以下が循環せずに無限に続く無理数です。

*5 対数とは，$a > 0$，$a \neq 0$のとき，aを何乗したらMになるかに相当する数で，$\log_a M$で表します。すなわち，$a > 0$，$a \neq 0$，$M > 0$のとき$a^p = M \Leftrightarrow p = \log_a M$です。

$$t_2 = -RC \log_e \frac{1}{3}$$

よって，コンデンサの充電時間，すなわちT_Hは，

$$\begin{aligned} T_H &= t_2 - t_1 \\ &= -RC \log_e \frac{1}{3} - \left(-RC \log_e \frac{2}{3}\right) \\ &= RC \log_e \frac{3}{1} + RC \log_e \frac{2}{3} \text{*6} \\ &= RC \log_e \left(3 \times \frac{2}{3}\right) \text{*7} \\ &= RC \log_e 2 \\ &\fallingdotseq 0.693 \times RC \text{ *8} \end{aligned}$$

ここで，$R = R_a + R_b$と定義しましたから，

$$T_H \fallingdotseq 0.693 \times (R_a + R_b) \times C$$

ということで，ようやくこの式が導かれました。

また，T_LについてもRが$R_a + R_b$からR_bになっただけの同様の計算をすればよく，

$$T_L \fallingdotseq 0.693 \times R_b \times C$$

を導くことができます。

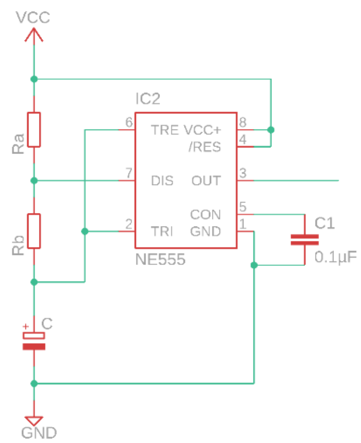
さらに，Tについては，

$$\begin{aligned} T &= T_H + T_L \\ &\fallingdotseq 0.693 \times (R_a + R_b) \times C + 0.693 \times R_b \times C \\ &= 0.693 \times \{(R_a + R_b) + R_b\} \times C \\ &= 0.693 \times (R_a + 2R_b) \times C \end{aligned}$$

と導くことができます。

Let's try!

読み飛ばした方はここで戻ってきてください。それでは，R_a，R_b，C をいろいろと変えてみてください。ただし，ここで 1 つ注意があります。それは，決して R_a を 0 にしないということです。内部を見てもらえれば分かるように，R_a とトランジスタのコレクタはつながっています。そのため，コレクタは Vcc に，エミッタは GND につながれた，危険な状態になるからです。周期を長くするにはどうすればいいか，H になる時間をもっと長くするにはどうすればいいか，といったことをやってみてください。



*6 $a > 0$，$a \neq 0$，$M > 0$，$N > 0$，kは実数のとき，$\log_a M^k = k \log_a M$です。
*7 $a > 0$，$a \neq 0$，$M > 0$，$N > 0$のとき，$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$です。
*8 $\log_e 2$の近似値は0.693です。